V - Kannst du eigentlich...

... mit Proportionalitäten umgehen?

Nicht nur in der Physik haben wir es oft mit Größen zu tun, die irgendwie zusammen hängen: wenn man mehr Geld auf sein Konto einzahlt (A), bekommt man mehr Zinsen (B) ...
Wir sagen in einem solchen Fall ***B ist abhängig von A.***
Oft führt eine Vergrößerung des einen Wertes auch zu einer Vergrößerung des anderen Wertes. B könnte dann direkt proportional zu A sein. Aber auch das Gegenteil kann eintreten: wird A größer, so wird B kleiner; hier könnte dann eine indirekte Proportionalität vorliegen.

Vermutungen anstellen

• 2 • 2,5 • 3

Tabelle 1

A	2	4	10	30
B	8	16	40	120

• 2 • 2,5 • 3

Wenn zum Doppelten, Dreifachen ... von A auch das Doppelte, Dreifache ... von B gehört, könnte eine direkte Proportionalität vorliegen

• 2 • 5

Tabelle 2

A	8	16	24	80
B	42	21	14	4,2

: 2 : 5

Gehört zum Doppelten, Dreifachen ... von A die Hälfte, ein Drittel ... von B , so könnte eine indirekte Proportionalität vorliegen.

Rechnerische Überprüfung

✧ *Ein Fahrzeug legt in verschiedenen Zeiten verschiedene Wege zurück. Messungen ergeben zum Beispiel die Werte in folgender Tabelle:*

Tabelle 3

t in s	12,0	21,0	30,0
s in m	13,2	23,1	33

Die Vermutung liegt nahe, dass es sich um eine direkte Proportionalität handelt. Zur schriftlichen Überprüfung dieser Vermutung, legt man eine neue Tabelle an, die eine dritte Zeile enthält, in der die Quotienten $\frac{s}{t}$ *eingetragen werden:*

Tabelle 3a

t in s	12	21	30
s in m	13,3	23,0	33,1
$\frac{s}{t}$ *in* $\frac{m}{s}$	1,1	1,1	1,1 (*)

(*) In der Physik handelt es sich immer um Messwerttabellen. Bei Berechnungen musst du also mit den Einheiten rechnen und die Genauigkeit der berechneten Werte an die Messwerte anpassen!

Ergebnis: Im Rahmen der Messgenauigkeit ist der Quotient $\frac{s}{t}$ *konstant. Der zurückgelegte Weg ist (bei dieser Bewegung) direkt proportional zur Zeit:* $s \sim t$

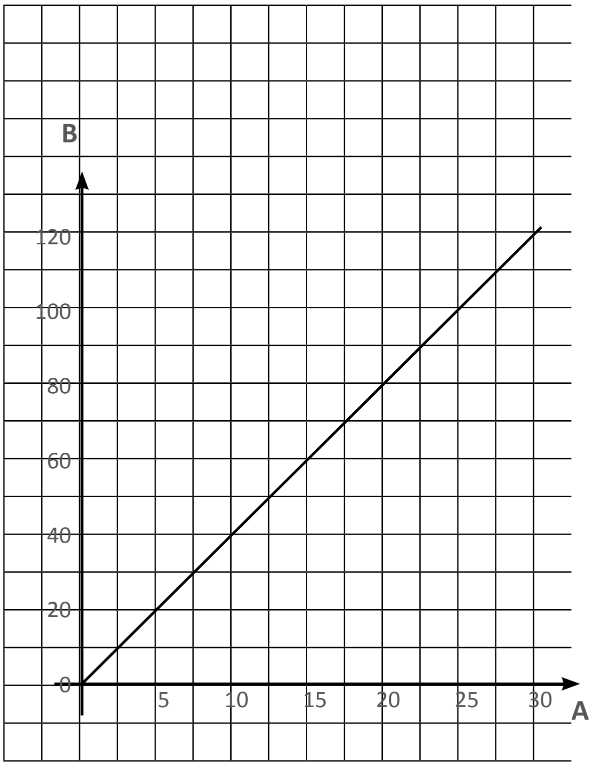
Hat man die Vermutung, dass eine indirekte Proportionalität vorliegt, so berechnet man nicht die Quotienten- sondern die Produktwerte!

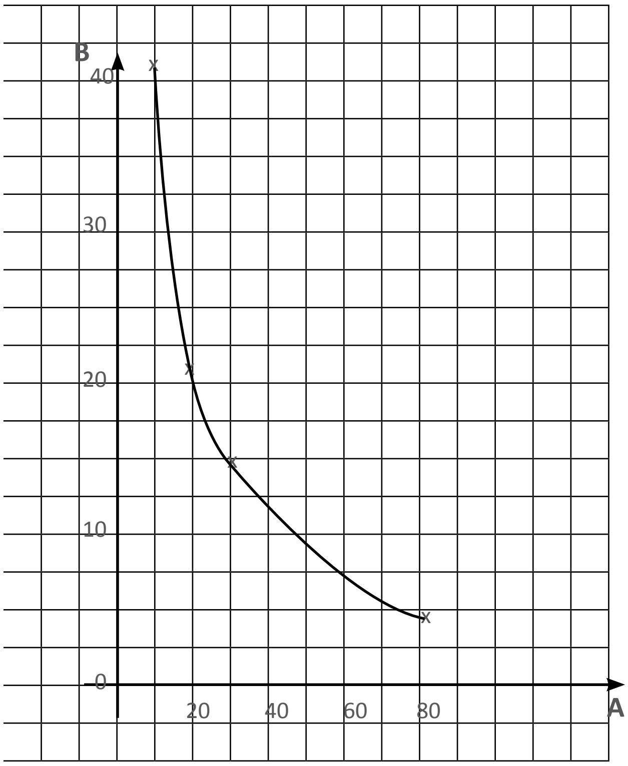
Eine direkte Proportionalität liegt vor, wenn für alle Wertepaare (A|B) der Quotienten B : A den gleichen Wert hat. Kurzschreibweise: B ~ A

eine indirekte Proportionalität liegt vor, wenn für alle Wertepaare (A|B) das Produkt A • B den gleichen Wert hat. Kurzschreibweise: B ~ $\frac{1}{A}$

Graphische Überprüfung

Eine graphische Auswertung der Tabellen 2 und 3 sieht folgendermaßen aus.





Bei der graphischen Darstellung einer direkten Proportionalität ergibt sich eine Halbgerade, die durch den Koordinatenursprung verläuft.

Bei der graphischen Darstellung einer indirekten Proportionalität ergibt sich der Ast einer Hyperbel.

Dieses Kennzeichen ist aufgrund der Zeichenungenauigkeit weniger gut zur Überprüfung auf eine indirekte Proportionalität geeignet als der rechnerische Weg.

Was nutzt die Proportionalität?

Steht einmal fest, dass es sich bei einem Zusammenhang zwischen zwei Größen um eine Proportionalität handelt, so formuliert man das Ergebnis, wobei man immer dann, wenn es mehrere Einflussgrößen gibt, auch den Gültigkeitsbereich angeben muss:

Beispiel Im Rahmen der Messgenauigkeit gilt für einen Stoff bei konstanter Temperatur :
Die Masse ist direkt proportional zum Volumen
$m \sim V$

Man kann nun die Folgerung ziehen: $\frac{m}{V} = \frac{2\text{ kg}}{3\text{ dm}^3} = \frac{4\text{ kg}}{6\text{ dm}^3} = \frac{6\text{ kg}}{9\text{ dm}^3} = \frac{12\text{ kg}}{18\text{ dm}^3}$ ...

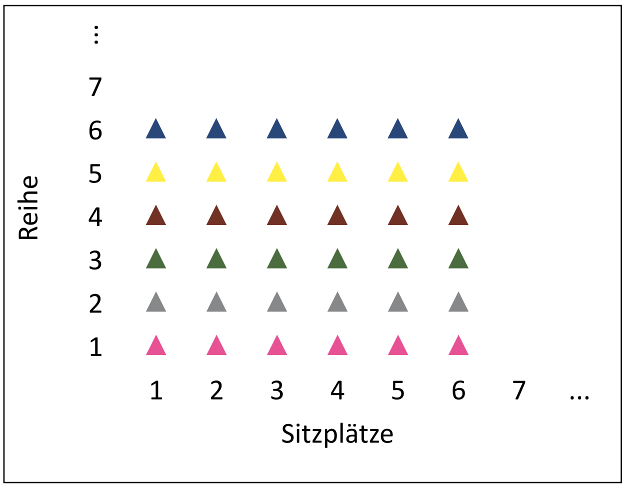
und im Allgemeinen erhält dann dieser immer gleiche Quotientenwert einen sinnvollen Namen (im Beispiel etwa: Den konstanten Quotientenwert $\frac{m}{V}$ nennt man die Dichte ρ des Stoffes.)

Proportionalitäten zusammenfassen?

Immer wieder einmal kommt es vor, dass eine Größe von mehr als einer anderen abhängt und dabei zwei Proportionalitäten entdeckt werden können. Das folgende Beispiel verdeutlicht, dass man dann aus den beiden eine neue machen kann.

Beispiel:
Ein neuer Kinosaal soll geplant werden. Wie viele Personen finden darin Platz?

Bei 20 Personen in einer Reihe:
drei Reihen: 60 Personen - sechs Reihen 120 Personen - neun Reihen: 180 Personen ...
Bei 15 Reihen:
10 Personen je Reihe: 150 Personen insgesamt - 20 Personen je Reihe: 300 Personen ...



Die Gesamtzahl n der Personen ist direkt proportional zur Anzahl der Reihen R:

$n \sim R$

Diese Anzahl ist auch direkt proportional zur Anzahl der Sitzplätze S in jeder Reihe:

$n \sim S$

Das Diagramm zeigt auch, dass die Anzahl der Personen direkt proportional zum Produkt aus der Anzahl der Reihen und der Anzahl der Sitzplätze ist:

$n \sim R \cdot S$

Merke:
Ist eine Grösse A proportional zu einer anderen Grösse B und auch noch proportional zu einer dritten Grösse C, so ist A auch proportional zum Produkt der beiden:

$$A \sim B \text{ und } A \sim C \rightarrow A \sim B \cdot C$$

***